

Урок 39. Системы счисления

Немного теории

Прежде всего, разберёмся, в чём различие между системами счисления. Любое десятичное число можно представить в таком виде:

$$123_{10} = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$$

Индекс внизу обозначает, что это десятичное число. Цифра каждого разряда умножается на 10 в степени, равной номеру разряда, если считать с нуля справа налево. В более общем виде:

$$abc_r = a \cdot r^2 + b \cdot r^1 + c \cdot r^0,$$

где a , b и c — какие-то цифры, а r — основание системы счисления. Для десятичной системы $r = 10$, для двоичной — $r = 2$, для троичной $r = 3$ и т.д. Например, то же самое число в других системах:

$$443_5 = 4 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0 = 4 \cdot 25 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 1 = 123_{10} \text{ (пятеричная система)}$$

$$173_8 = 1 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 1 \cdot 64 + 7 \cdot 8 + 3 \cdot 1 = 123_{10} \text{ (восьмеричная система)}$$

$$1111011_2 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 64 + 1 \cdot 32 + 1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 123_{10} \text{ (двоичная система)}$$

Шестнадцатеричная система

В шестнадцатеричной системе для обозначения цифр больше 9 используются буквы:

A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15.

Например:

$$C7_{16} = 12 \cdot 16^1 + 7 \cdot 16^0 = 12 \cdot 16 + 7 \cdot 1 = 199_{10}$$

Удобство шестнадцатеричной системы в том, что в неё очень легко можно переводить двоичные числа (и в обратную сторону тоже). Четыре разряда двоичного числа (тетрада) представляются одним разрядом шестнадцатеричного. Для перевода достаточно разбить число на группы по 4 бита и заменить каждую тетраду соответствующей шестнадцатеричной цифрой.

В языке Pascal перед шестнадцатеричной константой ставится знак \$. Например:

```
var x: integer := $FFFF.      // 65535
```

Двоичная тетрада	Шестнадцатеричная цифра
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Для записи одного байта требуется всего 2 шестнадцатеричные цифры:

$$0101\ 1011_2 = 5B_{16}$$

$$0110\ 0000_2 = 60_{16}$$

$$1111\ 1111_2 = FF_{16}$$

Восьмеричная система

Восьмеричная система также удобна для представления двоичных чисел, хотя она используется намного реже, чем шестнадцатеричная. Для быстрого перевода надо разбить двоичное число на группы по 3 разряда (триплеты или триады).

Двоичная триада	Восьмеричная цифра
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Например: $001\ 110\ 101_2 = 165_8$