

Урок 53. Рекурсия и фракталы

«Для того чтобы понять рекурсию, надо сначала понять рекурсию»

Рекúрсия (лат. *recursiō* — «возвращение») — определение, описание, изображение какого-либо объекта или процесса внутри самого этого объекта или процесса, то есть ситуация, когда объект является частью самого себя.

Фрактáл (лат. *fractus* — дроблёный, сломанный, разбитый) — множество, обладающее свойством самоподобия.

Фрактал — геометрическая фигура, обладающая свойством самоподобия, то есть составленная из нескольких частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком.

Термин «**фрактал**» был введён Бенуа Мандельбротом в 1975 году и получил широкую известность с выходом в 1977 году его книги «Фрактальная геометрия природы».

Рекурсия в программировании — задание алгоритма вычисления функции с использованием вызова её самой.

1. Примеры рекурсии и фракталов

1.1. Герб Российской Федерации

Герб Российской Федерации является рекурсивно-определённым графическим объектом: в правой лапе изображённого на нём двуглавого орла зажат скипетр, который венчается уменьшенной копией герба. Так как на этом гербе в правой лапе орла также находится скипетр, получается бесконечная рекурсия.



1.2. Числа Фибоначчи

Рассмотрим последовательность чисел 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... в которой каждое число является суммой двух предыдущих. Это числа Фибоначчи. Формальное их определение таково:

$$F(1) = 1, \quad F(2) = 1, \quad F(n) = F(n - 2) + F(n - 1), \text{ если } n > 2.$$

1.3. В природе

Природные структуры не могут быть идеальными фракталами из-за ограничений, накладываемых размерами живой клетки и, в конечном итоге, размерами молекул.

В живой природе:

- Кораллы
- Морские звезды и ежи
- Морские раковины
- Цветы и растения (брокколи, капуста)
- Кроны деревьев и листья растений
- Плоды (ананас)
- Система кровообращения и бронхи людей и животных

В неживой природе:

- Границы географических объектов (стран, областей, городов)
- Береговые линии
- Горные хребты
- Снежинки
- Облака
- Молнии
- Морозные узоры на оконных стёклах
- Кристаллы
- Сталактиты, сталагмиты, геликтиты.

2. Фракталы

Треугольник Серпинского — фрактал, математическое описание которого опубликовал польский математик Вацлав Серпинский в 1915 году. Также известен как «салфетка» Серпинского.

Чтобы его получить, нужно взять (равносторонний) треугольник с внутренностью, провести в нём средние линии и выкинуть центральный из четырех образовавшихся маленьких треугольников. Дальше эти же действия нужно повторить с каждым из оставшихся трех треугольников, и т. д.



Можно двигаться «в обратном направлении»: взять изначально «пустой» треугольник, затем достроить в нём треугольник, образованный средними линиями, затем в каждом из трех угловых треугольников сделать то же самое, и т. д. Поначалу фигуры будут сильно отличаться, но с ростом номера итерации они будут всё больше походить друг на друга, а в пределе совпадут.

Примеры фракталов

